PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO – 2010 (GENERAL)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Conteste de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Se valorarán la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

OPCIÓN A

1º) Determine, según los valores de m, el rango de la matriz real $A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & -1 \\ 0 & m-2 & 1 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

En el caso de m = 1, calcule las soluciones del sistema homogéneo $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2º) Calcule el valor de k para el cual las rectas $r \equiv \frac{x-1}{k} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{k}$ y $s \equiv \frac{x+1}{2k} = \frac{y}{k+3} = \frac{z-2}{2}$ sean paralelas. Calcule, en ese caso, la distancia entre las rectas.

3º) Calcule el punto de la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ en el cual la pendiente de la recta tangente sea máxima. Haga un dibujo donde aparezcan la curva, el punto y la recta tangente.

4º) Calcule el área de la región limitado por la hipérbola $x \cdot y = 4$ y la recta que la corta en los puntos de abscisas x = 1 y x = 4. Haga un dibujo de la región.

****

OPCIÓN B

1º) Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule la matriz X que verifica: $X \cdot A + I = B$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

2º) Sean $P(a_1,\ b_1,\ c_1)$ y $Q(a_2,\ b_2,\ c_2)$ dos puntos del plano $\pi \equiv Ax+By+Cz+D=0$. Demuestre que el vector $\overrightarrow{PQ}$ es perpendicular al vector $\overrightarrow{n}=(A,\ B,\ C)$. Aplíquelo para calcular la ecuación general del plano α que contiene a los puntos P(1, 2, 3), Q(-1, 0, 2) y R(1, 1, 1).

3º) Se considera la función $f(x)=x\cdot|x|$. Calcule las ecuaciones y el dominio de las funciones $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ y $f'''(x)$. Represéntelas gráficamente.

4º) Sea A(t), t > 0, el área de la región limitado por la curva $y=\sqrt[3]{x^2}$ y las rectas y = 0 y x = t. Representa gráficamente ésta región y calcule el valor de t para que A(t) = 1.

****